



## Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077

☎/fax: 27- 315 - 093

WEB: <http://boronkay.vac.hu> e-mail: [boronkay@vac.hu](mailto:boronkay@vac.hu)



Levelező Matematika Szakkör

2023/2024. 4. feladatsor  
5.-6. évfolyam

### MEGOLDÁSOK

- 1) Valaki eldugta Vidor sapkáját. A törpék tudták, hogy Szundi, Kuka vagy Hapci volt a tettes. Összeültek és kifaggatták a gyanúsítottakat. A következők hangzottak el:

Szundi: *Hapci ártatlan.*

Hapci: *Kuka ártatlan.*

Kuka vallomását csak Tudor hallotta.

Tudor tudta ki a bűnös, de csak annyit árult el a többieknek, hogy a bűnös igazat mondott, míg a két ártatlan hazudott. Ki volt a tettes?

Megoldás:

Ha Szundi a tettes, akkor Hapci ártatlan. Viszont ebben az esetben Hapci nem mond igazat, így Kuka a bűnös, ami ellentmondáshoz vezet.

Ha Kuka a tettes, akkor Szundi állítása hamis kell legyen, tehát Hapci a bűnös. Ez is ellentmondáshoz vezet.

Ha Hapci a bűnös, akkor Kuka ártatlan. Továbbá Szundi állítása hamis, ami további bizonyíték Hapci bűnösségére. **Tehát Hapci a bűnös.**

- 2) Káposztásbergenyében a művelődési ház kulcsát szigorúan őrzik. A megtévesztés kedvéért három láda valamelyikében helyezték el, ezeket a ládákat lakattal zárták le. A ládákat a következő feliratokkal látták el:

Első láda: *A kulcs nem ebben van. A kulcs készítője Nekeresden lakik.*

Második láda: *A kulcs nem az első ládában van. A kulcs készítője Kukutyinban lakik.*

Harmadik láda: *A kulcs nem ebben van. A kulcs a második ládában van.*

Annyit lehet tudni, hogy mindegyik ládán legalább az egyik állítás igaz. Melyik ládában van a művelődési ház kulcsa?

Megoldás:

1. eset: A kulcs az első ládában van. Ekkor az első ládán lévő 1. állítás hamis, a másiktól nem tudjuk eldönteni, hogy hamis-e. A második ládán lévő 1. állítás hamis, tehát a 2. állítás igaz kellene, hogy legyen. Ez viszont azt jelentené, hogy az első ládán lévő 2. állítás is hamis, ami a feltételek szerint lehetetlen. Tehát a kulcs nem lehet az első ládában.

2. eset: A kulcs a második ládában van. Ekkor az első láda 1. állítása igaz, a 2. nem eldönthető. A második láda 1. állítása igaz, a 2. nem eldönthető. A harmadik láda 1. állítása igaz és a 2. állítása is igaz. Vagyis ez a lehetőség nem zárható ki.

Készítette:  
Dr. Fülöp Zsolt

3. eset: A kulcs a harmadik ládában van. Ekkor az első láda 1. állítása igazgá válik és a 2. nem eldönthető. A második láda 1. felirata igaz és a 2. nem eldönthető. A harmadik láda 1. felirata hamis (hiszen ebben van a kulcs a 3. eset szerint) és a 2. állítás is hamis, tehát ez ellentmond annak, hogy legfeljebb egy hamis állítás van fölírva a ládákra.

**Tehát a kulcs a második ládában van elhelyezve.**

3) Egy országos táborozás öt résztvevője a következőket állítja:

Antal: *Dénes bajai. Én Pécsről jöttem.*

Béla: *Pécsi vagyok. Csaba szegedi.*

Csaba: *Én jöttem Pécsről. Dénes miskolci.*

Dénes: *Bajai vagyok. Endre győri.*

Endre: *Győri vagyok. Antal miskolci.*

Ki hová való, ha mindegyiküknek csak az egyik állítása igaz?

Megoldás:

Ha Antal első kijelentése igaz, akkor Dénes bajai. Így Csaba kijelentéséből következik, hogy ő maga pécsi. Akkor viszont Béla kijelentéséből következik, hogy Csaba szegedi. Ez viszont ellentmondáshoz vezet. Tehát Antal második kijelentése igaz, így **Antal pécsi**. Ebből következik, Csaba kijelentése alapján, hogy **Dénes miskolci**. Majd a fentiekből és Endre kijelentéséből következik, hogy **Endre Győrből** jött. Béla kijelentéséből viszont az következik, hogy **Csaba szegedi**. Kizárásos alapon pedig **Béla bajai**.

4) A faluban János bácsi és a felesége ellentétes típusúak (vagyis az egyik nappali, a másik éjszakai típusú). Egyszer a feleség azt gondolta, hogy vagy mindketten alszanak, vagy mindketten ébren vannak. Ugyanakkor János bácsi azt gondolta, hogy nem alszanak mindketten, de nincs is ébren mind a kettőjük. Melyiküknek volt igaza?

Megoldás:

Mivel János bácsi és a felesége különböző típusúak, ezért ha azonos állapotban vannak (azaz mindketten ébren vannak, vagy mindketten alszanak), akkor ellentétesek a gondolataik. Viszont amikor különböző állapotban vannak (egyikük ébren van, a másik pedig alszik), akkor a gondolataik logikai értéke azonos. Az állításaik alapján viszont gondolataik ellentétesek, ezért egyforma állapotban kellett lenniük. **Tehát a feleségnek volt igaza.**



## MEGOLDÁSOK

- 1.) Egy húrtrapézrt az egyik átlója két egyenlő szárú háromszögre bont. Mekkora a trapéz szögei?

Megoldás:

Jelöljük a  $\triangle DCA$ -t  $\alpha$ -val. Ekkor  $\triangle DAC$  is  $\alpha$  lesz, hiszen az alapon fekvő szögek megegyeznek az egyenlő szárú háromszögben.

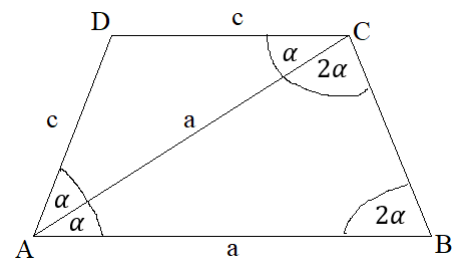
A  $\triangle BAC$  is ugyanakkora, hiszen váltószögek.

Ezért a trapéz alapon fekvő szögei  $2\alpha$  nagyságúak.

$\triangle BCA$  is  $2\alpha$ , hiszen az alapon fekvő szögek megegyeznek az egyenlő szárú háromszögben.

Ezért az  $\triangle ABC$  háromszög belső szögeinek az összege  $5\alpha = 180^\circ$ , amiből  $\alpha = 36^\circ$ .

**Így a trapéz szögei:  $72^\circ$ ;  $72^\circ$ ;  $108^\circ$ ;  $108^\circ$ .**



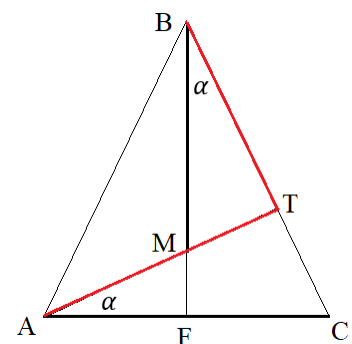
- 2.) Az  $\triangle ABC$  hegyesszögű háromszögben  $AB = BC$ , és a háromszög magasságpontja  $M$ . Mekkora a háromszög szögei, ha  $MB = AC$ ?

Megoldás:

Az  $\triangle ACT$  és  $\triangle BTM$  derékszögű háromszögeknek van egy egyenlő hegyesszöge, mivel merőleges szárú szögek. ( $\alpha$ ) Mivel az átfogójuk is egyenlő, ezért egybevágóak. Így a megfelelő oldalai hossza is ugyanakkora, ezért  $AT = TB$ .

Ezért  $\triangle ATB$  háromszög egyenlőszárú és derékszögű is, tehát  $B$ -nél lévő szöge  $45^\circ$ .

**Az  $\triangle ABC$  háromszög szögei így:  $45^\circ$ ;  $67,5^\circ$ ;  $67,5^\circ$ .**



- 3.) Bizonyítsd be, hogy ha egy derékszögű háromszög egyik szöge  $15^\circ$ , akkor az átfogó négyszerese az átfogóhoz tartozó magasságának!

Megoldás:

Az ábrának megfelelően rajzoljuk meg a CF szakaszt, amely  $15^\circ$ -ot zár be a CA oldallal.

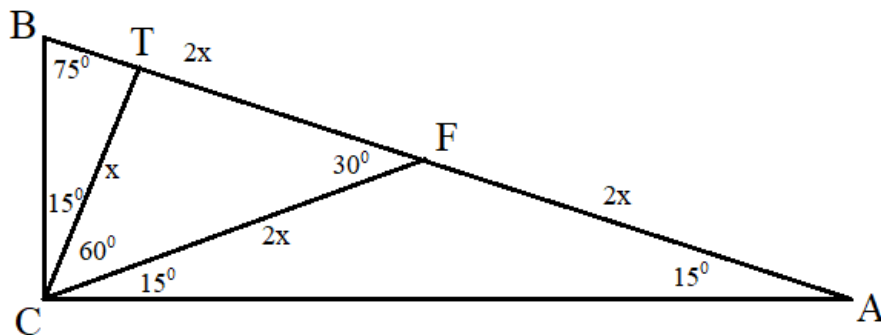
Ekkor ACF háromszög egyenlőszárú, így  $FC = AF = 2x$ .

A háromszög F-nél lévő külső szöge  $30^\circ$ .

FCT derékszögű háromszög C-nél lévő szöge  $60^\circ$ . Így ez egy félszabályos háromszög, ezért legrövidebb oldala az átfogó fele, azaz  $x$ .

FCT háromszög BC alapon fekvő két szöge  $75^\circ$ , így az egyenlőszárú, tehát  $BF = 2x$ .

**Így a magasság  $x$ , aminek valóban négyszerese az AB átfogó, mivel az  $4x$ .**



- 4.) Egy szimmetrikus trapéz hosszabbik alapja kétszerese a rövidebb alapnak. Tudjuk még, hogy a trapéz átlója felezi a trapéz hegyesszögét. Mekkora a trapéz szögei?

Megoldás:

Az első feladathoz hasonlóan  $\angle DCA = \angle CAB = \alpha$ . Mivel AC szögfelező, ezért  $\angle CAD = \alpha$ .

Ezért ACD háromszög egyenlőszárú, így AD oldala a rövidebb alappal egyenlő. (**a**) (akkora lesz a BC szár is.)

Húzzunk párhuzamost az AD oldallal C-n keresztül, ez F pontban metszi az AB alapot.

AFCD négyszög rombusz, ezért  $AF = a$ . FB szintén **a** nagyságú lesz.

Tehát FBC háromszög szabályos, **ezért a trapéz szögei:  $60^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $120^\circ$ ;  $120^\circ$**

